
Mathematics Placement Test for the 12th Grade Science Major
Advanced Calculus & Linear Algebra Course

Name _____

Calculators are not permitted. Please show your work.

1. Assume that a is a positive constant number and $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$.

Evaluate each of the following expressions.

正の定数 a について $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$ が成り立つとき、次の式の値を求めよ。

(1) $a + a^{-1}$

(2) $a - a^{-1}$

2. Evaluate. 次の式の値を求めよ。

$$\log_2\left(\sin\frac{\pi}{4}\right) - \log_2\left(\sin\frac{\pi}{3}\right) + \log_2\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)$$

3. Solve the following inequalities for x . 次の不等式を解け。

(1) $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 > 0$

$$(2) \quad \log_{\frac{1}{4}}(3x^2 + 9) < \log_{\frac{1}{2}}(3 - 2x)$$

$$(3) \quad \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \leq 1 \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

4. Find the maximum and the minimum values of the following function. Also find the value(s) of θ for the maximum and the minimum values.

次の関数の最大値と最小値を求めよ。またそのときの θ の値を求めよ。

$$y = \cos^2 \theta - \sin \theta + 1 \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

5. In a triangle $\triangle ABC$, M is the midpoint of the side AB, N is the point on the side AC such that $AN:NC=1:2$ and P is the point at which CM and BN intersect.

Let $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ and $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Express \overrightarrow{AP} in terms of \vec{b} and \vec{c} .

三角形 ABC において、点 M は辺 AB の中点、点 N は辺 AC を 1 : 2 に内分する点、点 P は CM と BN との交点とする。

$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とするとき、 \overrightarrow{AP} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表せ。

6. Find the value of x such that four points $A(3, 2, 5)$, $B(-1, 4, 2)$, $C(x, 1, 4)$ and $D(x, 6, -1)$ are on a same plane.

4点 $A(3, 2, 5)$ 、 $B(-1, 4, 2)$ 、 $C(x, 1, 4)$ 、 $D(x, 6, -1)$ が同一平面上にあるための x の値を求めよ。

7. Express $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ in terms of n .

$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ を計算し、結果を n を用いて表せ。

8. Solve the following homogeneous system of equations using matrices.

次の同次連立1次方程式を、行列を用いて解け。

$$3x - 2y + 6z = 0$$

$$3x + 2y - 6z = 0$$